

Zadání písemné zkoušky z Matematiky 3

FSV UK, ZS 2024-25

Termín číslo 1, 8. 1. 2025

1. Vyšetřete konvergenci následující řady.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{n + \sqrt{n}}$$

(12 bodů)

2. Určete vlastní čísla matice $\mathbb{A}$ a spočtěte příslušné vlastní vektory.

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(12 bodů)

3. Napište Taylorův polynom pátého řádu funkce

$$f(x) = 2 \sin(x)e^x - \sin(2x) \cos(x)$$

v bodě 0 a s jeho pomocí pak spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 2x^2 - 3x^3}{x^5}.$$

(13 bodů)

4. Nalezněte všechny lokální extrémy funkce f v $\mathbb{R}^3$, kde

$$f(x, y, z) = -y^2 + x^2 + 2xyz + 3y^2x - xz.$$

(13 bodů)